Controle de Posição Azimutal para Antena Utilizando Motor CC e Acoplamento com Amortecimento Viscoso.

Eduardo Costa Braga[1]
Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS
Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica - PPGEE
Av. Osvaldo Aranha, 103 CEP: 90035-190 - Porto Alegre, RS - Brasil

I. INTRODUÇÃO

Os sistemas de controle de posição de azimute de antenas possibilitam um melhor direcionamento e captação de sinais, além de evitar erros de enlace entre antenas [1]. O presente trabalho tem por objetivo o modelamento de um controle de posição azimutal no espaço de estados.

A. Conceito e Definições do Sistema

O sistema em questão é composto por um controlador lógico programável (CLP), onde sua saída D/A é conectado aos terminais de armadura um motor CC, este por sua vez tem seu eixo acoplado a um amortecedor viscoso, com intuito de aumentar a precisão do passo angular de posicionamento da antena. O esquemático do sistema de controle azimutal com acoplamento por amortecedor viscoso é apresentado na Fig. 1.

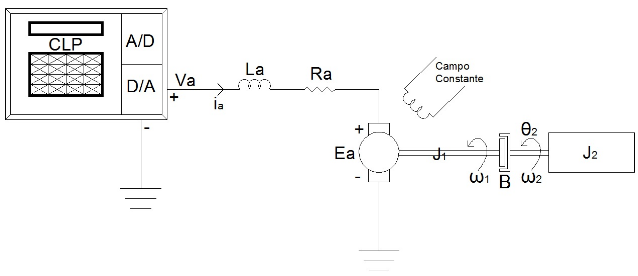

Figura 1. Esquemático do Sistema de Controle.

A velocidade de rotação do motor é controlada através da variação de tensão aplicada na armadura do mesmo, o acoplamento com amortecedor viscoso diminui a velocidade de rotação entregue à carga, fazendo com que o passo de rotação seja mais lento e consequentemente preciso. Os valores dos parâmetros do modelo mostrado na Fig.1, são apresentados na Tabela I.

Com a definição do problema de controle, esquemático e parâmetros do modelo, é possível realizar a modelagem matemática do mesmo.

[1]Eduardo Costa Braga, eduardo.braga@ufrgs.br

Tabela I
PARÂMETROS DE ENTRADA DO MODELO [1], [2]

Símbolo	Descrição	Valor Nominal
J_1	Momento de Inércia do Motor	$0.208Kg * m^2$
B	Coeficiente de Amortecimento Viscoso	$0.00005\frac{N*m*s}{rad}$
K	Constante de Rigidez Eixo de Transmissão	$0.15N * m/rad$
K_e	Constante Armadura do Motor	$0.007V * s/rad$
L_a	Indutância da Armadura	$10mH$
R_a	Resistência da Armadura	1.2Ω
V_a	Tensão Aplicada na Armadura	$1V$
J_2	Momento de Inércia da Carga	$0.180Kg * m^2$

II. MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção é realizada a modelagem matemática do problema físico, para descrição do sistema no espaço de estados, obtenção da função de transferência em malha aberta, pólos e zeros, resposta à uma entrada degrau e representação na forma de Jordan, assim como a respectiva matriz de transformação.

A. Equações Dinâmicas que Descrevem o Sistema

Para a modelagem do motor, considerando como entrada a tensão aplicada na armadura e supondo a corrente de campo constante, aplicando-se a lei de Kirchhoff na malha, tem-se [1], [3], [4]:

$$V_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E_a \tag{1}$$

Considerando que E_a é proporcional à rotação da armadura,

$$E_a = K_e \omega_1 \tag{2}$$

Então substituindo (2) em (1),

$$V_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_e \omega_1 \tag{3}$$

Para o equacionamento mecânico, aplicando as leis de Newton para o movimento rotacional e relacionando com o torque elétrico, tem-se:

$$T_e = J_1 \frac{d\omega}{dt} + B\omega_1 + (\omega_1 - \omega_2)K \tag{4}$$

Sendo que o torque elétrico proporcional à corrente na armadura, (4) pode ser reescrita como:

$$K_e i_a = J_1 \frac{d\omega}{dt} + B\omega_1 + (\omega_1 - \omega_2)K \tag{5}$$

E o torque na saída do acoplamento pode ser expresso como:

$$J_2 \frac{d\omega}{dt} = (\omega_1 - \omega_2)K \tag{6}$$

Após a modelagem matemática do problema físico, e obtendo-se as relações eletromagnéticas e mecânicas, são definidas as variáveis de estado.

B. Espaço de Estados

A partir de (3), (5) e (6), define-se as variáveis de estado conforme Tabela II.

Tabela II
VARIÁVEIS DE ESTADO

Estado	Variável	Derivada
1	$x_1 = i_a$	$(\dot{x_1}) = (\dot{i_a})$
2	$x_2 = \omega_1$	$(\dot{x_2}) = (\dot{\omega_1})$
3	$x_3 = \omega_2$	$(\dot{x_3}) = (\dot{\omega_2})$
4	$x_4 = \theta_2$	$(\dot{x_4}) = (\dot{\theta_2}) = x_3$

Reescrevendo (3), (5) e (6) em função das variáveis de estado, tem-se:

$$\dot{x_1} = \frac{1}{L_a}(-R_a x_1 - K_e x_2 + V_a) \tag{7}$$

$$\dot{x_2} = \frac{1}{J_1}(K_e x_1 - (B+K)x_2 + Kx_3) \tag{8}$$

$$\dot{x_3} = \frac{1}{J_2}(Kx_2 - Kx_3) \tag{9}$$

$$\dot{x_4} = x_3 \tag{10}$$

Na forma matricial-vetorial (7), (8), (9) e (10) podem ser escritas como:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \\ \dot{x_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & \frac{-K_e}{L_a} & 0 & 0 \\ \frac{K_e}{J_1} & \frac{-B+K}{J_1} & \frac{K}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{K}{J_2} & \frac{-K}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} V_a \tag{11}$$

E a equação de saída como:

$$\theta_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} \tag{12}$$

A forma padronizada das equações, de estado (11) e de saída (12) são obtidas a partir de (13) e (14), respectivamente [5].

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{13}$$

$$y = Cx + Du \tag{14}$$

Assim, tem-se as matrizes A, B, C e D,

$$A = \begin{bmatrix} \frac{-R_a}{L_a} & \frac{-K_e}{L_a} & 0 & 0 \\ \frac{K_e}{J_1} & \frac{-B+K}{J_1} & \frac{K}{J_1} & 0 \\ 0 & \frac{K}{J_2} & \frac{-K}{J_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{15}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$D = 0 \tag{18}$$

C. Função de Transferência

A função de transferência foi obtida no software Matlab, através da entrada das matrizes A, B, C e D.

$$G(s) = \frac{0.028045}{S^4 + 120.11 * S^3 + 12.29 * S^2 - 144.21 * S} \tag{19}$$

D. Polos e Zeros

Os polos e zeros são obtidos a partir da função de transferência no software Matlab. Por esta não possuir zeros, tem-se que os polos são:

$P_1 = 0$
$P_2 = -119.99$
$P_3 = -1.154$
$P_4 = 1.0415$

E. Resposta em Malha Aberta a Função Degrau

A obtenção da resposta em malha aberta do sistema é obtida através da modelagem no software Matlab/Simulink, como mostrado na Fig. 2. [6]

O gráfico gerado para a resposta à uma entrada degrau unitário, em malha aberta, é apresentado na Fig. 3.

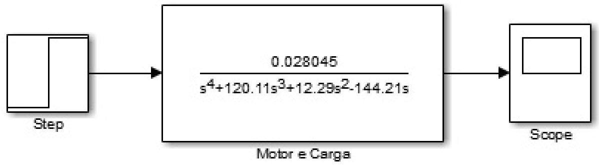

Figura 2. Modelo do Sistema no Simulink.

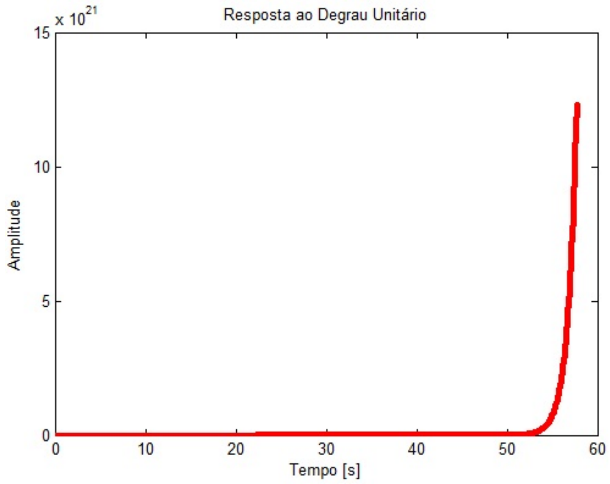

Figura 3. Resposta a Função Degrau Unitário.

F. *Matriz de Transformação*

Através do software Matlab é obtida a representação do sistema na forma de Jordan, assim como a matriz de transformação utilizada.

$$A_J = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0415 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.1539 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -119.9998 \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$B_J = \begin{bmatrix} -0.0031 \\ 0.0030 \\ 0.0023 \\ 0.0625 \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$C_J = \begin{bmatrix} 0.0625 & 0.0336 & 0.0405 & 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$D_J = 0 \quad (23)$$

$$T_J = \begin{bmatrix} -0.0031 & -11.0952 & 9.5984 & 16 \\ 0.0030 & 10.8430 & 4.1709 & 0 \\ 0.0023 & 8.1213 & -18.2710 & 0 \\ 0.0625 & 0.0004 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

Referências

[1] W. Gawronki, *Modeling and Control of Antennas and Telescopes*, 1st ed. New York: Springer, 2008, pp. 11–30.

[2] E. S. H. Ibrahim Okumus and O. Akyazi, “Antenna azimuth position control with fuzzy logic and self-tunin fuzzy logic controllers,” *IEEE Transaction on Education*, vol. 8, pp. 477–481, Novembro 2012.

[3] N. S. Nise, *Control System Engineering*, 6th ed. New York: John Wiley and Sons, 2011.

[4] J. C. B. e Marcos Vicente Moreira, “Experimentos para estimaÃ§Ã£o dos parametros de motores de corrente contÃnua,” *Cobenge 2001*, vol. XXIX, pp. 298–307, Dezembro 2001.

[5] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, 5th ed. Boston: Prentice Hall, 2009.

[6] A. R. C. et al., “Radio telescope antenna azimuth position control system design and analysis in matlab/simulink using pid and lqr controller,” *Buletinul Institutului Politehnic din Iasi*, vol. 3-4, pp. 45–57, Novembro 2014.